

小説「ウィザーズ・ブレイン」における情報制御理論の定式化 Formulation of Information Control Theory in the 'Wizard's Brain'

ねい、nei@tpcbtw.com

(投稿：2024年4月7日 最終改訂：2024年4月8日)

要 旨

本稿では、小説「ウィザーズ・ブレイン」における情報制御理論について、現代物理学の知見を基に定式化を試みる。情報の物理的性質とシャノンエントロピーの関係性を説明し、情報の海という概念を導入する。情報密度テンソルを定義し、その数学的性質と物理的意味を詳細に議論する。さらに、情報密度テンソルの物理学への応用として、非平衡プロセスの解析や量子情報科学、物質科学への応用可能性を探る。本稿は、フィクションに基づく思考実験ではあるが、情報と物理の融合という観点から、新しい物理学の可能性を示唆するものである。

Abstract

This paper attempts to formulate the information control theory presented in the novel "Wizard's Brain" based on the knowledge of modern physics. It explains the relationship between the physical properties of information and Shannon entropy and introduces the concept of the sea of information. The information density tensor is defined, and its mathematical properties and physical meanings are discussed in detail. Furthermore, the paper explores the applicability of the information density tensor to physics, including the analysis of non-equilibrium processes, quantum information science, and materials science. Although this paper is a thought experiment based on fiction, it suggests the possibility of new physics from the perspective of the fusion of information and physics.

~~~~~

## 1. はじめに

人類が高効率な熱機関や永久機関の実現を夢見るのは古くからのことである。過去には多くの永久機関の試みが存在し、その都度否定されてきた。熱力学第二法則に基づけば、熱機関の効率が 100%に到達することはあり得ないため、永久機関の実現は不可能とされている。しかし、マクスウェルの悪魔のような思考実験が存在し、実際に微小系では僅かな確率で熱力学第二法則が破れる以上、永久機関を夢見る人は少なくない。

実際、優れた SF 作品はマクスウェルの悪魔を元に第二種永久機関の存在を仮定している。これらの作品はフィクションであるが、新鮮なアイデアを提供し、若い読者に科学に興味を持ってもらう入口となっていることも事実である。

本稿では、それら優れた作品の1つ「ウィザーズ・ブレイン」[1]における情報制御理論の定式化を試みる。この小説には詳細な物理的記述が存在するが、その内容は曖昧であり、具体的な定式化がされていない。本稿では、小説内での物理的定義や概念を明確にし、新たな「情報の海」という領域に対する物理的意味付けを試みる。この定式化は、物理現象を操作する「魔法」の概念や、熱永久機関の実現を目指している。本稿がフィクションに基づいているとはいえ、その中には新しいアイデアや概念が豊富に含まれており、今後の理論研究にとって有意義な示唆を提供できる

と期待される。

なお本稿の第二章から第五章は、筆者によるアイデアを元に ChatGPT によるアウトラインの作成、各章の執筆が行われた後、Claude により大幅に修正されることで作成された。本稿の体裁は日文の学術文献に沿った形式であるが、本稿はフィクションに対する考察を述べたブログ記事、もしくはチャット AI の怪文書生成能力を利用した悪ふざけであり、思考プロセスや検証に相応する手法が到底科学に沿った手法でないことに留意されたい。

## 2. 情報の基本概念とその物理的影響

情報は現代科学技術において欠かせない基本概念であり、特に情報科学と物理学の融合により、情報が物理現象に与える影響についての理解が深まりつつある。本章では、情報の物理的な基本概念とその応用について、情報の定義とシャノンエントロピー、情報とエントロピーの関係、情報の保存と伝達、非平衡プロセスにおける情報の役割の観点から議論する。これらの議論を通して、情報の物理的な性質とその応用について包括的に考察し、情報科学と物理学の融合による新しい研究分野の発展と、情報処理や通信技術などの応用分野への影響を展望する。

### 2.1 情報の物理的定義とシャノンエントロピーの導入

情報は、現代の科学技術において欠かすことのできない基本概念である。特に、情報科学と物理学の融合により、

情報が物理現象に与える影響についての理解が深まりつつある。情報の物理的な意味を理解する上で、シャノンエントロピーの概念は極めて重要である

シャノンエントロピーは、情報理論の基礎を築いたクロード・シャノンによって1948年に導入された。シャノンは、情報を確率的な事象の不確実性として定義し、その不確実性を定量化する尺度としてエントロピーを提案した。シャノンエントロピー $H(X)$ は、確率変数 $X$ の不確実性を測る尺度であり、以下の式で定義される。

$$H(X) = -\sum_i p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

ここで、 $p(x_i)$ は事象 $x_i$ の生起確率を表す。底が2の対数を用いることで、エントロピーの単位はビットで表される。

シャノンエントロピーの定義から、いくつかの重要な性質が導かれる。まず、エントロピーは常に非負の値をとる。これは、確率の対数が常に0以下の値をとることから明らかである。また、エントロピーは確率分布が一様であるとき、つまり、全ての事象の生起確率が等しいときに最大値をとる。これは、一様分布が最も不確実性の高い状態であることを意味している。

$$H(X) \leq \log_2 n$$

ここで、 $n$ は事象の総数である。等号は、全ての事象の生起確率が等しい場合に成立する。

さらに、独立な確率変数のエントロピーは加法的である。つまり、2つの独立な確率変数 $X, Y$ に対して、以下の関係が成り立つ。

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y)$$

この性質は、情報量の加法性を反映しており、情報理論における重要な原理の一つである。

シャノンエントロピーは、情報の物理的な解釈においても重要な役割を果たす。物理学では、エントロピーは系の乱雑さや不確実性を表す尺度として用いられる。例えば、熱力学におけるエントロピーは、系のミクロな状態の数を反映し、系の秩序の度合いを表している。シャノンエントロピーは、この物理的なエントロピーの概念を情報理論の枠組みで定式化したものと見なすことができる。

情報理論と物理学の融合は、情報の物理的な性質を明らかにする上で重要な意味を持つ。例えば、ランダウアーの原理は、情報の消去に伴うエネルギー散逸と熱力学第二法則の関係を示した重要な原理である。この原理は、1ビットの情報を消去するには、少なくとも $kT \ln 2$ のエネルギーが必要であることを示している。ここで、 $k$ はボルツマン定数、 $T$ は絶対温度である。

ランダウアーの原理は、情報とエネルギーの関係を明らかにし、情報の物理的な実在性を示唆している。また、この原理は、計算の物理的限界を示唆しており、可逆計算や

断熱計算などの新しい計算パラダイムの発展にもつながっている。

シャノンエントロピーの概念は、情報の物理的な性質を理解する上で欠かせない。それは、情報を確率的な事象の不確実性として定量化し、情報と物理学の深い関連性を明らかにする。シャノンエントロピーは、情報理論の基礎であるだけでなく、統計力学や量子情報理論など、様々な物理学の分野において重要な役割を果たしている。情報の物理的な意味を探究する上で、シャノンエントロピーは出発点となる基本概念であり、その重要性は今後ますます高まっていくであろう。

## 2.2 情報とエントロピーの関係

前節で述べたように、シャノンエントロピーは情報理論の基礎であり、情報の物理的な性質を理解する上で重要な概念である。本節では、情報とエントロピーの関係についてさらに掘り下げ、情報量の定義や相互情報量などの関連概念について議論する。

情報とエントロピーの関係を理解するには、情報量の定義が鍵となる。事象 $x_i$ に関する情報量 $I(x_i)$ は、次のように定義される。

$$I(x_i) = -\log_2 p(x_i)$$

この定義から、情報量は事象の生起確率が低いほど大きくなるのがわかる。つまり、稀な事象ほど多くの情報を含んでいると解釈できる。

情報量の定義を用いると、シャノンエントロピーは情報量の期待値として表現できる。

$$H(X) = \sum_i p(x_i) I(x_i)$$

この関係式は、エントロピーが情報量の平均値であることを示している。言い換えれば、エントロピーは事象の生起確率と情報量の両方を考慮した尺度であり、確率分布の不確実性を定量化していると解釈できる。

情報とエントロピーの関係をさらに理解するために、条件付きエントロピーと相互情報量の概念が重要である。条件付きエントロピー $H(Y|X)$ は、確率変数 $X$ が与えられたときの確率変数 $Y$ の不確実性を表す。

$$H(Y|X) = -\sum_{i,j} p(x_i, y_j) \log_2 p(y_j | x_i)$$

ここで、 $p(x_i, y_j)$ は事象 $x_i$ と $y_j$ の同時確率、 $p(y_j | x_i)$ は事象 $x_i$ が与えられたときの事象 $y_j$ の条件付き確率である。

相互情報量 $I(X; Y)$ は、2つの確率変数 $X$ と $Y$ の間の依存性を測る尺度である。相互情報量は、次のように定義される。

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$$

この定義から、相互情報量は一方の確率変数が与えられたときに、もう一方の確率変数の不確実性がどれだけ減少

するかを表していることがわかる。相互情報量が大きいほど、2つの確率変数の依存性が強いことを意味する。

条件付きエントロピーと相互情報量は、情報の伝達や処理を理解する上で重要な概念である。例えば、通信路における情報の伝達では、情報源から送信された情報が、通信路を介して受信側にどれだけ正確に伝えられるかが問題となる。この場合、相互情報量は情報源と受信側の間の依存性を表し、通信路の性能を評価する尺度となる。

また、条件付きエントロピーと相互情報量は、データ圧縮やデータ解析などの情報処理の問題にも応用される。データ圧縮では、データの冗長性を削減することが目的であるが、この冗長性は条件付きエントロピーによって定量化される。また、データ解析では、変数間の依存性を見出すことが重要であるが、相互情報量はその依存性を測る尺度として用いられる。

情報とエントロピーの関係は、情報理論の基礎であるだけでなく、物理学における情報の役割を理解する上でも重要である。エントロピーは、熱力学や統計力学において系の乱雑さや不確定性を表す尺度として用いられるが、情報理論の観点からは、エントロピーは情報の不確実性を表していると解釈できる。この情報と物理学の融合は、情報の物理的な実在性を示唆するとともに、情報を物理学の基本概念として位置づける新しい視点を提供している。

情報とエントロピーの関係は、情報理論の核心をなす概念であり、情報の物理的な性質を理解する上で欠かせない。情報量、条件付きエントロピー、相互情報量などの関連概念は、情報の定量化や情報処理の問題に広く応用されており、情報科学の発展を支えている。同時に、情報とエントロピーの関係は、物理学における情報の役割を明らかにし、情報を物理学の基本概念として位置づける新しい研究の方向性を示唆している。情報とエントロピーの関係をさらに探究することは、情報科学と物理学の融合を深化させ、情報の本質的な理解につながるであろう。

## 2.3 情報の保存と伝達

情報の保存と伝達は、物理現象を理解する上で重要な概念である。情報は、物質やエネルギーと同様に、保存則に従うと考えられている。しかし、情報の保存則は、単なる量的な保存ではなく、情報の質的な保存を意味する。つまり、情報は劣化や消失することなく、ある物理システムから別のシステムへと伝達されるのである。

情報の保存則を数学的に定式化するには、情報量の定義が重要となる。事象 $x_i$ に関する情報量 $I(x_i)$ は、確率 $p(x_i)$ を用いて次のように定義される。

$$I(x_i) = -\log_2 p(x_i)$$

この定義に基づき、情報量の保存則は次のように表現で

きる。

$$\sum_i p(x_i) I(x_i) = (\text{const.})$$

この式は、確率分布 $p(x_i)$ が時間とともに変化する場合でも、情報量の期待値は一定に保たれることを意味している。

さらに、情報の保存則は、エネルギーや物質の保存則と関連づけることができる。例えば、物理的な情報の担い手である光子や電子などの粒子は、エネルギーと運動量を持っている。これらの物理量は保存則に従うので、情報を担う粒子の流れは、エネルギーや物質の流れと密接に関連していると考えられる。

この関連性を定式化するために、情報流束の概念を導入する。情報流束 $J_I$ は、単位時間あたりに単位面積を通過する情報量として定義され、次のように表される。

$$J_I = \frac{dI}{dA \cdot dt}$$

ここで、 $dI$ は情報量の変化量、 $dA$ は面積要素、 $dt$ は時間変化を表す。

情報流束は、エネルギー流束や物質流束と同様に、連続の方程式を満たすと考えられる。つまり、情報の生成や消滅がない場合、情報流束の発散はゼロになる。

$$\nabla \cdot J_I = 0$$

この式は、情報の保存則が、情報流束の連続性によって表現されることを示している。

情報の伝達は、情報の保存則と並んで重要な概念である。情報は、ある物理システムから別のシステムへと伝達されることで、システム間の相互作用を媒介する。この情報の伝達は、通信の基礎をなすと同時に、物理現象の理解にも欠かせない。

情報の伝達を定量的に扱うには、相互情報量の概念が有用である。相互情報量 $I(X; Y)$ は、2つの確率変数 $X$ と $Y$ の間の依存性を測る尺度であり、次のように定義される。

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$$

ここで、 $H(X)$ と $H(Y)$ は $X$ と $Y$ のエントロピー、 $H(X|Y)$ と $H(Y|X)$ は条件付きエントロピーである。

相互情報量は、情報の伝達効率を評価する上で重要な役割を果たす。例えば、通信路の入力を $X$ 、出力を $Y$ とすると、相互情報量 $I(X; Y)$ は、通信路を通して伝達される情報量を表す。相互情報量が大きいほど、通信路の伝達効率が高いことを意味する。

また、相互情報量は、情報の伝達におけるノイズの影響を定量化することができる。通信路にノイズが存在する場合、相互情報量は次のように表される。

$$I(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X) - H(Y|X, N)$$

ここで、 $N$ はノイズを表す確率変数である。 $H(Y|X, N)$ は、入力 $X$ とノイズが与えられた条件での $Y$ のエントロピーで

あり、ノイズによる情報の損失を表す。したがって、相互情報量は、ノイズの影響を差し引いた実効的な情報伝達量を表していると解釈できる。

情報の保存と伝達は、物理学と情報理論の融合において重要な役割を果たす。情報の保存則は、物理法則と情報の関係を明らかにし、情報を物理学の基本概念として位置づける。一方、情報の伝達は、物理システム間の相互作用を情報の観点から理解することを可能にし、情報処理や通信の効率の向上につながる新しい原理の発見が期待される。

以上のように、情報の保存と伝達を定式化し、物理的な情報の流れとの関連性を明らかにすることで、情報の物理的な性質に関する理解がより深まるものと考えられる。情報の保存則と伝達の原理は、物理学と情報科学の発展を支える基礎概念であり、今後のさらなる探究が期待される。

### 3. 情報の海とその定式化

本章では、情報の海という新しい概念を導入し、その定式化について議論する。情報の海は、物理的な実在としての情報を表現する包括的な枠組みであり、情報と物理現象の関係性を探究する上で重要な役割を果たす。

まず、情報の海の導入背景と特性について説明し、情報を物理的な実体として扱うことの意義を明らかにする。次に、エゴネットワークの概念を導入し、情報の海の局所的な構造を記述する方法を提示する。さらに、情報密度テンソルを定義し、その物理的意味を解説することで、情報の海の大域的な性質を捉える数学的ツールを提供する。

最後に、情報の海の数学的定式化を行い、情報密度テンソルを中心とした偏微分方程式系を導出する。この定式化により、情報の海の時空間的な構造とダイナミクスを厳密に記述することが可能となる。

#### 3.1 情報の海の導入背景と特性

情報の物理的な性質と役割についての理解が深まるにつれ、情報を単なる抽象的な概念ではなく、物理的な実体として捉える必要性が認識されるようになってきた。この文脈において、「情報の海」という概念が導入された。情報の海は、物理的な実在としての情報を表現する包括的な枠組みであり、情報と物理現象の関係性を探究する上で重要な役割を果たすと考えられている。

情報の海の導入背景には、量子情報理論や宇宙論などの分野における情報の役割の再評価がある。量子情報理論では、情報は量子力学の基本的な構成要素として認識されており、量子もつれなどの現象は情報の観点から解釈されている。また、宇宙論においては、ホログラフィック原理などの概念が示唆するように、宇宙の構造と進化に情報が重要な役割を果たしている可能性が指摘されている。これら

の知見は、情報を物理的な実体として扱う必要性を示唆しており、情報の海はこの要請に応える概念として提案された。

情報の海の基本的な特性は、以下のようにまとめられる。

1. **情報の物理的実在性**: 情報の海は、情報を物理的な実体として扱う。つまり、情報は単なる抽象的な概念ではなく、物理的な性質を持つと考える。
2. **連続性と非局所性**: 情報の海は、空間的に連続な場として捉えられる。また、情報の海では、非局所的な相互作用が可能であり、空間的に離れた領域の間で情報の伝達が起こり得る。
3. **ダイナミクス**: 情報の海は、時間とともに変化し、進化する。情報の生成、伝達、消失などのプロセスが、情報の海のダイナミクスを特徴づける。
4. **物理法則との関係性**: 情報の海は、物理法則の起源と深く関連していると考えられる。物理法則は、情報の海の性質から生じる制約として解釈できる可能性がある。
5. **階層性**: 情報の海は、異なるスケールで階層的な構造を持つ。マイクロなスケールでの情報の相互作用が、マクロなスケールでの物理現象に影響を与える。

情報の海の特性は、情報と物理現象の関係性に新たな視点を提供する。情報の海は、情報を物理的な実体として扱うことで、情報の役割を物理学の枠組みの中で統一的に理解することを可能にする。また、情報の海のダイナミクスは、物理法則の起源や進化を探究する上で重要な手がかりを与えると期待される。

情報の海の問題は、物理学と情報科学の融合を促進し、新しい研究分野を切り開く可能性を秘めている。情報の海を定式化し、その性質を明らかにすることは、情報の物理的な性質の理解を深めるとともに、情報を基盤とした新しい物理理論の構築につながるであろう。

#### 3.2 エゴネットワークの導入とその意義

情報の海を数学的に記述し、その性質を明らかにするためには、適切な数学的ツールが必要である。ここでは、エゴネットワークの概念を導入し、情報の海の記述におけるその意義について議論する。

エゴネットワークとは、個々のノード（エゴ）とその周辺のノード（アルター）の関係性に着目したネットワーク表現である。エゴを中心とした局所的な構造に焦点を当てることで、ネットワーク全体の性質を理解するための基礎となる。情報の海の文脈では、エゴネットワークは情報の局所的な相互作用を記述するための道具として導入される。

情報の海においては、情報はノードとして表現され、ノ

ード間関係性はリンクとして表される。各ノードは、情報の基本的な単位を表し、リンクは情報間の相互作用や依存関係を表す。エゴネットワークを用いることで、情報の海における局所的な情報の流れや構造を明らかにすることができる。

エゴネットワークの導入は、以下のような意義を持つ。

- **情報の局所的な特性の抽出**: エゴネットワークは、情報の海における局所的な情報の相互作用に着目することで、情報の局所的な特性を抽出することができる。これにより、情報の海の微視的な構造を理解することが可能となる。
- **階層的な構造の記述**: エゴネットワークを用いることで、情報の海の階層的な構造を記述することができる。異なるスケールでのエゴネットワークを考慮することで、マイクロなスケールでの情報の相互作用がマクロなスケールでの物理現象にどのように影響を与えるかを探究できる。
- **情報の流れと伝播の解析**: エゴネットワークは、情報の流れと伝播を解析するための基礎を提供する。情報がどのようにノード間を伝達され、拡散していくかを追跡することで、情報の海のダイナミクスを理解することができる。
- **ネットワーク構造の特徴量の計算**: エゴネットワークの構造は、様々な特徴量を用いて定量化することができる。例えば、次数分布、クラスター係数、平均経路長などの指標は、エゴネットワークの構造的な性質を特徴づける。これらの特徴量を計算することで、情報の海の構造的な性質を明らかにできる。
- **物理法則との関連性の探究**: エゴネットワークの構造と特徴量は、物理法則との関連性を探究する上で重要な手がかりを与える。例えば、エゴネットワークの次数分布が物理法則に由来する制約を満たすことを示すことで、情報の海と物理法則の関係性に迫ることができる。

エゴネットワークの導入は、情報の海の数学的な定式化に向けた重要なステップである。エゴネットワークを用いることで、情報の海の局所的な構造とダイナミクスを記述することができ、情報と物理現象の関係性を探究するための基盤が得られる。

ただし、エゴネットワークは情報の海の局所的な性質に着目するため、情報の海全体の性質を捉えるためには、より包括的な数学的ツールが必要となる。次節では、情報密度テンソルを導入し、エゴネットワークの概念を拡張することで、情報の海の大域的な性質を記述する方法について議論する。

### 3.3 情報密度テンソルとその物理的意味

情報の海の大域的な性質を記述するために、情報密度テンソルという数学的ツールを導入する。情報密度テンソルは、エゴネットワークの概念を拡張し、情報の海全体の構造とダイナミクスを捉えることを可能にする。

情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ における情報の密度と方向性を表す2階のテンソル量である。テンソルの添字 $i, j$ は、情報の流れの方向を表し、テンソルの成分は情報の密度を表す。情報密度テンソルは、以下のように定義される。

$$\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} I_{\alpha}(\mathbf{x}, t) n_i^{\alpha}(\mathbf{x}, t) n_j^{\alpha}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $I_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$ は位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ におけるエゴネットワーク $\alpha$ の情報量を表し、 $n_i^{\alpha}(\mathbf{x}, t)$ はエゴネットワーク $\alpha$ の情報の流れの方向を表す単位ベクトルである。

情報密度テンソルは、以下のような物理的意味を持つ。

1. **情報の密度**: 情報密度テンソルのトレース  $\rho_{ii}(\mathbf{x}, t)$ は、位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ における情報の密度を表す。情報の密度が高い領域では、情報の集中や局在化が起こっていることを示唆する。
2. **情報の流れの方向**: 情報密度テンソルの非対角成分  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) (i \neq j)$ は、情報の流れの方向を表す。非対角成分が大きい領域では、情報の流れが異方的であり、特定の方向に偏っていることを意味する。
3. **情報の保存則**: 情報密度テンソルは、情報の保存則を満たす。これは、情報の生成や消滅がない場合、情報密度テンソルの発散がゼロになることを意味する。

$$\partial_i \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = 0$$

この関係式は、情報の流れが連続的であり、情報の源や吸収源がない場合に成り立つ。

4. **情報の流れの方程式**: 情報密度テンソルの時間発展は、情報の流れの方程式に従う。この方程式は、情報の伝播や拡散を記述する。

$$\partial_t \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) + \partial_k \Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t) = 0$$

ここで、 $\Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t)$ は情報流束テンソルであり、情報の流れの詳細を表す。

5. **物理量との関係性**: 情報密度テンソルは、物理量とも密接に関連している。例えば、情報密度テンソルのトレースは、エネルギー密度や質量密度などの物理量と類似の性質を持つ。また、情報密度テンソルの固有値や固有ベクトルは、物理的な意味を持つ可能性がある。

情報密度テンソルの導入により、情報の海の大域的な構造とダイナミクスを数学的に記述することが可能となる。情報密度テンソルは、情報の密度、流れの方向、保存則、伝播などの性質を統一的に扱うことができ、情報の海の物

理的な理解を深める上で重要な役割を果たす。

また、情報密度テンソルは、物理量との関係性を探究する上でも有用である。情報密度テンソルと物理量の間関係性を明らかにすることで、情報と物理現象の結びつきに新たな洞察が得られると期待される。

### 3.5 情報の海の数学的定式化

情報の海を数学的に定式化するために、情報密度テンソルを中心とした枠組みを構築する。この定式化により、情報の海の構造とダイナミクスを厳密に記述することが可能となる。

まず、情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ の性質を満たす数学的条件を明確にする。情報密度テンソルは、以下の条件を満たす。

1. 対称性 :  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \rho_{ji}(\mathbf{x}, t)$
2. 非負性 :  $\rho_{ii}(\mathbf{x}, t) \geq 0$
3. 正則性 :  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ に関して十分に滑らかである

これらの条件は、情報密度テンソルが物理的に意味のある量であるために必要な数学的制約を表している。

次に、情報の海の時間発展を記述する方程式を導入する。情報密度テンソルの時間発展は、以下の方程式に従う。

$$\partial_t \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) + \partial_k \Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t) = \Pi_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $\Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t)$ 情報流束テンソルであり、 $\Pi_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は情報の生成や消滅を表す項である。この方程式は、情報の連続性方程式とも呼ばれ、情報の保存則を表している。

情報流束テンソル $\Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t)$ は、情報密度テンソルの勾配に依存すると仮定する。最も簡単な場合として、以下のような線形の構成方程式を考える。

$$\Phi_{ijk}(\mathbf{x}, t) = -D_{ijkl} \partial_l \rho_{kl}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $D_{ijkl}$ は情報の拡散係数を表す4階のテンソルである。この構成方程式は、情報の流れが情報密度の勾配に比例することを意味している。

情報の生成や消滅を表す項 $\Pi_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、情報の海の動的な性質を反映している。この項は、情報の自発的な生成や消滅、あるいは外部からの情報の注入や吸収を表現することができる。

以上の方程式と構成方程式を組み合わせることで、情報の海の時間発展を記述する完全な数学的定式化が得られる。この定式化は、情報密度テンソルを中心とした偏微分方程式系であり、初期条件と境界条件を与えることで、情報の海の時空間的な構造とダイナミクスを決定することができる。

さらに、情報の海の数学的定式化には、付加的な制約条件や対称性を導入することができる。例えば、情報の海の等方性や均一性を仮定することで、方程式系をより簡単化

することができる。また、情報の海の対称性から、保存則や変分原理などの重要な性質を導くことができる。

情報の海の数学的定式化は、情報と物理現象の関係性を探究するための強力なツールとなる。この定式化を用いることで、情報の流れや伝播、保存則などの性質を厳密に議論することができ、情報の物理的な役割をより深く理解することが可能となる。また、情報の海の数学的定式化は、物理法則の導出や、新しい物理理論の構築にも役立つと期待される。

## 4. 情報密度テンソルの数学的性質と物理的意味

本章では、情報密度テンソルの数学的性質と物理的意味について詳細に議論する。まず、情報密度テンソルとシャノンエントロピーの関係性を明らかにし、情報密度テンソルの厳密な数学的定義とその基本的な性質を述べる。次に、情報密度テンソルの空間的分布と物理法則との関係性について議論し、情報密度テンソルの連続方程式と保存則を導出する。これらを通して、情報密度テンソルの数学的な構造と物理的な意味を明らかにし、情報の海と物理法則の関係性についての理解を深める。

### 4.1 情報密度テンソルとシャノンエントロピーの関係性

情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、情報の海の局所的な構造を記述する重要な数学的ツールである。一方、シャノンエントロピーは、情報理論において中心的な役割を果たす概念であり、情報の不確かさや無秩序さを定量化する。ここでは、情報密度テンソルとシャノンエントロピーの関係性について議論し、両者の結びつきを明らかにする。

情報密度テンソルとシャノンエントロピーを関連づけるために、情報の海における確率分布を導入する。位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ における情報の状態を表す確率変数を $X(\mathbf{x}, t)$ とし、その確率分布を $p(X(\mathbf{x}, t))$ とする。この確率分布を用いて、シャノンエントロピー $H(X(\mathbf{x}, t))$ を次のように定義する。

$$H(X(\mathbf{x}, t)) = - \sum_{\mathbf{x}} p(X(\mathbf{x}, t)) \log p(X(\mathbf{x}, t))$$

ここで、和は情報の状態 $X$ についてとる。

情報密度テンソルとシャノンエントロピーの関係性を明らかにするために、情報密度テンソルのトレースとシャノンエントロピーの関係を考える。情報密度テンソルのトレース $\rho_{ii}(\mathbf{x}, t)$ は、位置 $\mathbf{x}$ と時刻 $t$ における情報の密度を表す。この情報密度とシャノンエントロピーの間には、以下のような関係が成り立つ。

$$\rho_{ii}(\mathbf{x}, t) = e^{H(X(\mathbf{x}, t))}$$

この関係式は、情報密度がシャノンエントロピーの指数関数で表されることを示している。つまり、シャノンエン

トロピーが大きい領域では、情報密度が高くなる傾向がある。

さらに、情報密度テンソルの固有値とシャノンエントロピーの関係性を探る。情報密度テンソルの固有値を  $\lambda_k(\mathbf{x}, t)$  とし、対応する固有ベクトルを  $\mathbf{v}_k(\mathbf{x}, t)$  とする。固有値は、情報の海の局所的な構造を特徴づける重要な量である。

固有値とシャノンエントロピーの関係を明らかにするために、固有値の分布を考える。固有値の分布を  $p(\lambda_k(\mathbf{x}, t))$  とすると、この分布に対するシャノンエントロピーは次のように定義される。

$$H(\lambda_k(\mathbf{x}, t)) = - \sum_k p(\lambda_k(\mathbf{x}, t)) \log p(\lambda_k(\mathbf{x}, t))$$

固有値の分布のシャノンエントロピーは、情報密度テンソルの局所的な構造の複雑さを表す指標となる。このエントロピーが大きい領域では、情報の海の局所的な構造がより複雑で多様であることを示唆する。

以上の議論から、情報密度テンソルとシャノンエントロピーの間には密接な関係があることがわかる。情報密度テンソルのトレースは、シャノンエントロピーの指数関数で表され、情報の密度と不確実性の関係を明らかにする。また、情報密度テンソルの固有値の分布のシャノンエントロピーは、情報の海の局所的な構造の複雑さを特徴づける。

これらの関係性は、情報の海における情報の流れや伝播、構造形成などを理解する上で重要な手がかりを与える。情報密度テンソルとシャノンエントロピーの結びつきを探究することで、情報の物理的な性質と情報理論の概念の間の橋渡しが可能となる。

## 4.2 情報密度テンソルの厳密な定義と数学的性質

情報密度テンソル  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$  は、情報の海の数学的な記述において中心的な役割を果たす。ここでは、情報密度テンソルの厳密な定義を与え、その数学的性質について詳細に議論する。

情報密度テンソルは、位置  $\mathbf{x}$  と時刻  $t$  における情報の密度と方向性を表す2階のテンソル場である。数学的には、以下のように定義される。

$$\rho: \mathcal{M} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$$

ここで、 $\mathcal{M}$  は情報の海の空間多様体、 $\mathbb{R}$  は時間を表す実数の集合、 $\mathbb{R}^{n \times n}$  は  $n$  次元の実正方行列の集合を表す。

情報密度テンソルは、以下の性質を満たす。

1. 対称性:  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \rho_{ji}(\mathbf{x}, t)$  for all  $i, j$
2. 非負性:  $\mathbf{v}^T \rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{v} \geq 0$  for all  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$  and  $(\mathbf{x}, t) \in \mathcal{M} \times \mathbb{R}$
3. 正則性:  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$  は  $\mathcal{M} \times \mathbb{R}$  上の滑らかな関数

これらの性質は、情報密度テンソルが物理的に意味のある

量であるために必要な数学的条件である。

情報密度テンソルの重要な数学的性質の一つは、その固有構造である。情報密度テンソルの固有値  $\lambda_k(\mathbf{x}, t)$  と固有ベクトル  $\mathbf{v}_k(\mathbf{x}, t)$  は、以下の固有方程式を満たす。

$$\rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_k(\mathbf{x}, t) = \lambda_k(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_k(\mathbf{x}, t)$$

固有値は情報密度テンソルの不変量であり、情報の海の局所的な構造を特徴づける重要な量である。また、固有ベクトルは情報の主要な流れの方向を表す。

情報密度テンソルのもう一つの重要な性質は、その発散の性質である。情報密度テンソルの発散は、以下のように定義される。

$$\nabla \cdot \rho(\mathbf{x}, t) = \partial_i \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $\partial_i$  は  $x_i$  についての偏微分を表す。

情報の保存則は、情報密度テンソルの発散がゼロになることを要請する。

$$\nabla \cdot \rho(\mathbf{x}, t) = 0$$

この条件は、情報の連続性方程式と呼ばれ、情報の流れが連続的であることを表している。

さらに、情報密度テンソルは、情報の海の幾何学的な構造と密接に関連している。情報密度テンソルから計量テンソル  $g_{ij}(\mathbf{x}, t)$  を構成することができる。

$$g_{ij}(\mathbf{x}, t) = \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

この計量テンソルは、情報の海の幾何学的な性質を決定する。例えば、計量テンソルを用いて、情報の海の曲率やジオデシックを計算することができる。

以上のように、情報密度テンソルは数学的に厳密に定義され、多くの重要な性質を持つ。情報密度テンソルの固有構造、発散の性質、幾何学的な解釈などは、情報の海の数学的な理解に不可欠である。これらの性質を探究することで、情報の物理的な役割をより深く理解することができる。

## 4.3 情報密度テンソルの空間的分布と物理法則との関係

情報密度テンソル  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$  の空間的な分布は、情報の海の構造を特徴づける重要な要素である。ここでは、情報密度テンソルの空間的分布と物理法則との関係性について議論し、情報の海がどのように物理法則の形式に影響を与えるかを明らかにする。

まず、情報密度テンソルの空間的な分布を特徴づける量として、情報密度の勾配を導入する。情報密度の勾配は、以下のように定義される。

$$\nabla \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \partial_k \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $\partial_k$  は  $x_k$  についての偏微分を表す。

情報密度の勾配は、情報の海の局所的な不均一性を表す量である。勾配が大きい領域では、情報密度が急激に変化しており、情報の流れが複雑になっていることを示唆する。次に、情報密度テンソルの空間的分布と物理法則との関係

性を探るために、物理法則の一般的な形式を考える。多くの物理法則は、以下のような偏微分方程式の形で表される。

$$\mathcal{L}[\phi_a(\mathbf{x}, t)] = 0$$

ここで、 $\mathcal{L}$ は微分演算子、 $\phi_a(\mathbf{x}, t)$ は物理場を表す。

情報密度テンソルの空間的分布が物理法則に与える影響を明らかにするために、微分演算子 $\mathcal{L}$ と情報密度テンソルの関係性を考える。一般に、微分演算子は以下のように情報密度テンソルに依存すると仮定できる。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}[\rho_{ij}(\mathbf{x}, t), \nabla\rho_{ij}(\mathbf{x}, t), \dots]$$

この仮定は、物理法則が情報の海の局所的な構造に依存することを意味している。

具体的には、情報密度テンソルの空間的分布が物理法則に与える影響として、以下のようなことが考えられる。

1. 物理法則の係数の修正：情報密度テンソルの空間的分布が、物理法則に現れる係数を修正する可能性がある。例えば、波動方程式の伝播速度が情報密度に依存するかもしれない。
2. 新しい相互作用項の出現：情報密度テンソルの勾配が大きい領域では、新しい相互作用項が物理法則に現れる可能性がある。これらの相互作用項は、情報の流れに起因する付加的な効果を表す。
3. 対称性の破れ：情報密度テンソルの空間的分布が非一様な場合、物理法則の対称性が破れる可能性がある。これは、情報の海の局所的な構造が、物理法則の対称性に制約を与えることを意味する。
4. 非局所的な効果の出現：情報密度テンソルの空間的分布が、物理法則に非局所的な効果をもたらす可能性がある。これは、ある点の物理的性質が、離れた点の情報密度の影響を受けることを意味する。

これらの効果は、情報の海と物理法則の間の密接な関係性を示唆している。情報密度テンソルの空間的分布は、物理法則の形式に重要な影響を与え、新しい物理的効果や対称性の破れをもたらす可能性がある。

ただし、情報密度テンソルと物理法則の関係性を定量的に理解するためには、具体的な物理系についてより詳細な解析が必要である。異なる物理系において、情報密度テンソルがどのように物理法則に影響を与えるかを調べるのが重要な課題である。

#### 4.4 情報密度テンソルの連続方程式と保存則

情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、情報の海の時空間的な構造を記述する重要な量である。ここでは、情報密度テンソルが満たすべき基本的な法則として、連続方程式と保存則について議論する。

まず、情報密度テンソルの連続方程式を導出する。連続方程式は、情報の流れが連続的であることを表す法則であ

り、情報密度テンソルの時間発展を記述する。

情報密度テンソルの発散を以下のように定義する。

$$\nabla \cdot \rho(\mathbf{x}, t) = \partial_i \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $\partial_i$ は $x_i$ についての偏微分を表す。

また、情報流束テンソル $J_{ijk}(\mathbf{x}, t)$ を導入する。情報流束テンソルは、情報の流れの方向と大きさを表す量であり、以下のように定義される。

$$J_{ijk}(\mathbf{x}, t) = -D_{ijkl}\nabla_l\rho_{kl}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $D_{ijkl}$ は情報の拡散係数を表す4階のテンソルである。

情報密度テンソルの連続方程式は、情報密度テンソルの発散と情報流束テンソルの関係を表す方程式であり、以下のように書ける。

$$\frac{\partial \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla_k J_{ijk}(\mathbf{x}, t) = 0$$

この方程式は、情報密度の時間変化が、情報流束の発散に等しいことを表している。

次に、情報密度テンソルの保存則について議論する。保存則は、ある物理量が時間的に変化しないことを表す法則であり、物理学における重要な概念である。

情報密度テンソルに関する保存則は、以下のように表される。

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) d^3x = 0$$

ここで、 $\Omega$ は情報の海の任意の領域を表す。

この保存則は、情報密度テンソルの積分値が時間的に一定であることを意味している。つまり、情報の総量は保存されるのである。

保存則を局所的な形で表すために、発散定理を用いると、以下の条件が得られる。

$$\frac{\partial \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla_k J_{ijk}(\mathbf{x}, t) = 0$$

この条件は、情報密度テンソルの連続方程式と一致する。したがって、情報密度テンソルの連続方程式は、情報の保存則を局所的な形で表していることがわかる。

以上のように、情報密度テンソルの連続方程式と保存則は、情報の海の時間発展を記述する基本的な法則である。これらの法則は、情報の流れが連続的であり、情報の総量が保存されることを保証する。

情報密度テンソルの連続方程式と保存則は、情報の海の数学的な構造を明らかにするとともに、情報と物理法則の関係性を理解する上で重要な役割を果たす。これらの法則を満たすように情報密度テンソルを決定することで、情報の海の時空間的な進化を矛盾なく記述することができる。

## 5. 情報密度テンソルの物理学への応用

本章では、情報密度テンソルの物理学への応用と情報制御理論について議論する。まず、情報密度テンソルを用いた非平衡プロセスの解析、情報制御理論の基本概念と物理法則の改変、量子情報科学への応用、物質科学の新たな展開について述べる。さらに、情報制御理論が開く物理学の新たな地平と未来像について展望する。本章を通して、情報密度テンソルと情報制御理論が物理学の様々な分野に新しい視点をもたらし、革新的な技術や応用の可能性を秘めていることを示す。

## 5.1 情報密度テンソルを用いた非平衡プロセスの解析

非平衡プロセスは、物理学において重要な研究対象であり、熱力学や統計力学の中心的な課題の一つである。非平衡プロセスでは、系がエネルギーや物質を環境と交換しながら時間発展し、平衡状態からのずれが生じる。このような非平衡プロセスにおける情報の役割を理解することは、現代物理学の重要な課題の一つである。

情報密度テンソル  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$  は、非平衡プロセスにおける情報の流れと変化を記述する強力なツールである。情報密度テンソルを用いることで、非平衡プロセスにおけるエントロピー生成や揺らぎの定理などの重要な概念を、情報の観点から統一的に理解することができる。

まず、情報密度テンソルの時間発展方程式を導入する。この方程式は、以下のように表される。

$$\frac{\partial \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \partial_k J_{ijk}(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $J_{ijk}(\mathbf{x}, t)$  は情報流束テンソル、 $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$  は情報の生成や消滅を表す項である。

次に、エントロピー生成率  $\sigma(\mathbf{x}, t)$  を定義する。エントロピー生成率は、非平衡プロセスにおける不可逆性の尺度であり、系の時間発展の方向性を特徴づける重要な量である。エントロピー生成率は、情報の生成や消滅の項  $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$  のトレースとして以下のように定義される。

$$\sigma(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ii}(\mathbf{x}, t)$$

この定義は、情報密度テンソルの時間発展方程式から自然に導かれる。

エントロピー生成  $\Sigma$  は、エントロピー生成率の時空積分として定義される。

$$\Sigma = \int dt \int d^3x, \sigma(\mathbf{x}, t) = \int dt \int d^3x, \partial_i \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、最後の等式は、情報密度テンソルの発散定理を用いて得られる。

次に、情報密度テンソルを用いて、非平衡プロセスにおける揺らぎの定理を導出する。揺らぎの定理は、非平衡プロセスにおけるエントロピー生成の確率分布に関する関係式であり、非平衡統計力学の重要な結果の一つである。

情報密度テンソルの確率分布  $P[\rho]$  は、汎関数積分を用い

て以下のように表される。

$$P[\rho] = \frac{1}{Z} \exp\left(-\beta \int dt \int d^3x, \rho_{ij}(\mathbf{x}, t) \frac{\delta S[\rho]}{\delta \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)}\right)$$

ここで、 $Z$  は規格化定数、 $\beta$  は逆温度、 $S[\rho]$  は情報密度テンソルの汎関数である。この確率分布を用いると、エントロピー生成の確率分布  $P(\Sigma)$  は、以下のように表される。

$$P(\Sigma) = \int D\rho, P[\rho], \delta(\Sigma - \int dt \int d^3x, \partial_i \rho_{ij}(\mathbf{x}, t))$$

ここで、 $\int D\rho$  は情報密度テンソルに対する汎関数積分を表す。この表現を用いると、揺らぎの定理は以下のように導出される。

$$\frac{P(\Sigma)}{P(-\Sigma)} = \exp(\beta \Sigma)$$

この導出では、情報密度テンソルの発散がエントロピー生成に対応し、情報密度テンソルの確率分布の性質から揺らぎの定理が得られることが示された。

情報密度テンソルは、非平衡プロセスにおける情報の流れと変化を記述するだけでなく、非平衡定常状態の性質を特徴づけることもできる。非平衡定常状態とは、系が環境と定常的なエネルギーや物質の交換を行っている状態であり、時間的に変化しない確率分布によって記述される。

情報密度テンソルを用いると、非平衡定常状態における情報の流れは、以下のように表される。

$$\nabla_j J_{ij}(\mathbf{x}) = 0$$

ここで、 $J_{ij}(\mathbf{x})$  は非平衡定常状態における情報流束テンソルである。この式は、非平衡定常状態では情報の流れが発散しないことを示しており、情報の保存則が成り立つことを意味している。この性質は、非平衡定常状態の安定性と密接に関係している。

以上のように、情報密度テンソルを用いることで、非平衡プロセスにおける情報の役割を明らかにし、エントロピー生成や揺らぎの定理などの重要な概念を情報の観点から統一的に理解することができる。この解析は、非平衡統計力学と情報理論の融合を促進し、非平衡プロセスの新しい理解につながると期待される。

また、情報密度テンソルを用いた非平衡プロセスの解析は、熱力学の情報理論的な再定式化やマクスウェルの悪魔の問題など、情報と熱力学の関係を探る上でも重要な示唆を与える。これらの問題において、情報密度テンソルは情報と物理量の関係を明確に記述するための有用なツールとなる。

今後、情報密度テンソルを用いた非平衡プロセスの解析をさらに発展させることで、非平衡現象における情報の役割についての理解が深まり、新しい物理学の展開につながることが期待される。

## 5.2 情報制御理論の基本概念と物理法則の改変

情報制御理論は、情報の操作によって物理法則を制御し、新しい物理現象を創出するための理論的枠組みである。この理論は、情報が物理世界に与える影響を積極的に利用し、物理法則を情報の観点から再解釈することを目指している。

情報制御理論の基本的なアイデアは、物理世界が情報の海と呼ばれる情報の基底状態の上に成り立っているというものである。情報の海は、物理法則を生み出す源であり、情報の操作によって物理法則を改変することが可能であると考えられている。

情報制御理論では、情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ が重要な役割を果たす。情報密度テンソルは、情報の海の局所的な状態を記述する量であり、物理法則を情報の観点から特徴づける。情報密度テンソルを操作することで、物理法則を制御し、新しい物理現象を創出することができると期待されている。

情報制御理論の基本概念の一つは、情報の注入である。情報の注入とは、情報の海に新しい情報を付加することで、物理法則を改変するプロセスである。情報の注入は、情報密度テンソルの時間発展方程式に付加的な項を導入することで実現される。

$$\frac{\partial \rho_{ij}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla_k J_{ijk}(\mathbf{x}, t) = \Pi_{ij}(\mathbf{x}, t)$$

ここで、 $\Pi_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は情報の注入項であり、外部から情報の海に新しい情報を付加することを表している。

情報の注入によって、物理法則を改変し、新しい物理現象を創出することが可能である。例えば、情報の注入によって、物理定数を変化させたり、新しい相互作用を導入したりすることができる。これにより、従来の物理法則では実現が難しかった現象を実現することが期待されている。

ただし、情報制御理論においては、物理法則の改変には制約があることに注意が必要である。情報制御理論では、因果律や局所性など、物理世界の基本的な構造は保持されるべきであると考えられている。また、エネルギー保存則など、基本的な物理法則は改変されないと仮定されている。

情報制御理論のもう一つの重要な概念は、情報の観測である。情報の観測とは、情報の海の状態を測定し、その結果を利用して物理法則を制御するプロセスである。情報の観測は、情報密度テンソルの固有状態を測定することで実現される。

情報の観測によって得られた情報は、物理法則を制御するために利用される。例えば、情報の観測によって得られた情報を利用して、物理系のハミルトニアンを修正し、新しい物理現象を創出することができる。

$$H = H_0 + H_I(\rho_{ij})$$

ここで、 $H_0$  は元のハミルトニアン、 $H_I(\rho_{ij})$ は情報密度

テンソルに依存する相互作用ハミルトニアンである。

情報の観測と制御のプロセスを繰り返すことで、物理法則を段階的に改変し、目的とする物理現象を実現することが可能である。ただし、情報の観測には不確定性原理による制限があることに注意が必要である。

情報制御理論は、物理学に新しい視点をもたらす可能性を秘めている。情報制御理論は、物理法則を情報の観点から再解釈し、情報の操作によって物理法則を制御することを目指している。この理論は、量子情報科学や量子計算、物質科学など、様々な分野に応用可能であり、新しい物理現象の発見や革新的な技術の開発につながると期待されている。

ただし、情報制御理論はまだ発展途上の理論であり、多くの課題が残されている。特に、情報制御理論の数学的な定式化や、実験的な検証方法の確立が重要な課題である。また、情報制御理論の限界や、倫理的な問題についても慎重に議論する必要がある。

今後、情報制御理論の研究が進展することで、物理学の新しい地平が切り開かれることが期待される。情報制御理論は、情報と物理の融合を促進し、新しい物理学の体系を構築する上で重要な役割を果たすと考えられる。

### 5.3 情報密度テンソルを用いた量子情報科学への応用

量子情報科学は、量子力学の原理を利用して情報を処理し、通信や計算を行う分野である。量子情報科学では、量子ビットや量子もつれなどの量子力学特有の概念が重要な役割を果たす。情報密度テンソルは、量子情報科学に新しい視点をもたらし、量子情報の処理や量子計算の新しい方法を提供する可能性がある。

情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、量子状態の情報量を記述する量子情報密度テンソルとして解釈することができる。量子情報密度テンソルは、量子状態の密度行列 $\rho(\mathbf{x}, t)$ を用いて、以下のように定義される。

$$\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \langle \hat{\psi}_i(\mathbf{x}, t) \hat{\psi}_j(\mathbf{x}, t) \rangle$$

ここで、 $\hat{\psi}_i(\mathbf{x}, t)$ は量子場の演算子であり、 $\langle \cdot \rangle$ は量子状態の期待値を表す。

量子情報密度テンソルは、量子状態の情報量を局所的に記述する量であり、量子もつれなどの量子相関を特徴づけることができる。また、量子情報密度テンソルを用いることで、量子情報の流れや変化を記述することが可能である。

量子情報密度テンソルを用いた量子情報の処理の一つの方法は、量子テレポーテーションである。量子テレポーテーションは、量子もつれを利用して、量子状態を離れた場所に瞬時に転送する方法である。

量子情報密度テンソルを用いると、量子テレポーテーションのプロセスを以下のように記述することができる。

1. 送信者と受信者が量子もつれを共有する。この量子もつれは、量子情報密度テンソル $\rho_{ij}^{AB}$ によって記述される。
2. 送信者は、転送したい量子状態 $|\psi\rangle$ を測定する。この測定は、量子情報密度テンソル $\rho_{ij}^{A\psi}$ によって記述される。
3. 送信者は、測定結果を古典通信で受信者に送る。
4. 受信者は、受け取った測定結果に基づいて、自分の量子状態を操作する。この操作は、量子情報密度テンソル $\rho_{ij}^B$ の変化として記述される。
5. 受信者の量子状態は、転送された量子状態 $|\psi\rangle$ に変化する。

このように、量子情報密度テンソルを用いることで、量子テレポーテーションのプロセスを情報の流れとして記述することができる。

量子情報密度テンソルは、量子計算にも応用することができる。量子計算では、量子ビットの重ね合わせと量子もつれを利用して、大規模な並列計算を実現する。

量子情報密度テンソルを用いると、量子計算のプロセスを以下のように記述することができる。

1. 量子ビットの初期状態を、量子情報密度テンソル $\rho_{ij}^{init}$ によって記述する。
2. 量子ゲートを量子ビットに作用させる。各量子ゲートは、量子情報密度テンソルの変化 $\Delta\rho_{ij}$ によって記述される。
3. 量子計算の結果は、最終的な量子情報密度テンソル $\rho_{ij}^{final}$ によって記述される。
4. 量子測定によって、計算結果を取り出す。

量子情報密度テンソルを用いることで、量子計算のプロセスを情報の流れとして記述ことができ、量子アルゴリズムの設計や最適化に役立てることができる。

また、量子情報密度テンソルを用いることで、量子誤り訂正符号の設計や解析が可能である。量子誤り訂正符号は、量子情報を雑音から保護するために重要な技術であり、量子情報密度テンソルを用いることで、符号の性能を評価し、最適な符号を設計することができる。

量子情報密度テンソルは、量子暗号にも応用可能である。量子暗号は、量子力学の原理を利用して、安全な通信を実現する技術である。量子情報密度テンソルを用いることで、量子暗号プロトコルの安全性を評価し、最適なプロトコルを設計することができる。

以上のように、情報密度テンソルを量子情報科学に応用することで、量子情報の処理や量子計算の新しい方法を開発することができる。量子情報密度テンソルは、量子情報の流れや変化を記述する強力なツールであり、量子情報科学の発展に大きく寄与すると期待される。

今後、量子情報密度テンソルを用いた量子情報科学の研究が進展することで、量子コンピュータや量子通信などの革新的な技術が実現されることが期待される。また、量子情報密度テンソルを用いることで、量子力学の基礎的な問題にも新しい知見がもたらされると考えられる。

#### 5.4 情報密度テンソルによる物質科学の新たな展開

物質科学は、物質の構造や性質、機能を理解し、新しい物質を設計・創製する学問分野である。近年、物質科学においても情報の概念が重要な役割を果たすようになってきている。情報密度テンソルは、物質科学に新しい視点をもたらし、物質の性質や機能を情報の観点から理解することを可能にする。

情報密度テンソル $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は、物質中の電子状態や格子振動などの情報を記述する物質情報密度テンソルとして解釈することができる。物質情報密度テンソルは、物質の密度行列 $\rho(\mathbf{x}, t)$ を用いて、前節と同様に以下のように定義される。

$$\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \langle \hat{\psi}_i(\mathbf{x}, t) \hat{\psi}_j(\mathbf{x}, t) \rangle$$

ここで、 $\hat{\psi}_i(\mathbf{x}, t)$ は物質場の演算子であり、 $\langle \cdot \rangle$ は物質の状態の期待値を表す。

物質情報密度テンソルは、物質中の情報の空間分布や時間変化を記述する量であり、物質の性質や機能と密接に関連している。例えば、物質情報密度テンソルを用いることで、以下のような物質科学の問題に新しい知見をもたらすことができる。

1. **電子状態の解析**：物質情報密度テンソルを用いることで、物質中の電子状態の空間分布や時間変化を詳細に解析することができる。これにより、電子の局在性や移動度、スピン状態などの情報を得ることができ、物質の電気的・磁氣的性質の理解に役立てることができる。
2. **格子振動の解析**：物質情報密度テンソルを用いることで、物質中の格子振動の空間分布や時間変化を解析することができる。これにより、フォノンの分散関係やエネルギー分布、非調和性などの情報を得ることができ、物質の熱的性質や機械的性質の理解に役立てることができる。
3. **相転移の解析**：物質情報密度テンソルを用いることで、相転移に伴う物質の構造変化や秩序形成過程を解析することができる。これにより、相転移の機構や臨界現象、ドメイン形成などの情報を得ることができ、物質の相安定性や機能発現の理解に役立てることができる。
4. **界面の解析**：物質情報密度テンソルを用いることで、物質の界面における情報の空間分布や時間変化を解

析することができる。これにより、界面での電子状態や格子振動、欠陥分布などの情報を得ることができ、ヘテロ構造や複合材料の設計に役立てることができる。

5. **情報伝播の解析**：物質情報密度テンソルを用いることで、物質中の情報伝播の様子を解析することができる。これにより、電子の輸送現象や熱伝導、スピン波の伝播などの情報を得ることができ、物質の機能設計や最適化に役立てることができる。

物質情報密度テンソルを用いた物質科学の研究は、情報と物質の融合を促進し、新しい物質科学の可能性を切り開くと期待されている。物質情報密度テンソルは、物質の性質や機能を情報の観点から記述する強力なツールであり、物質科学の発展に大きく寄与すると考えられる。

例えば、物質情報密度テンソルを用いることで、高温超伝導体や巨大磁気抵抗材料、トポロジカル絶縁体などの新しい量子材料の設計や開発が加速されると期待されている。また、物質情報密度テンソルを用いることで、生体材料や薬物送達システム、エネルギー変換材料などの複雑な材料システムの理解が深まり、新しい機能性材料の創製につながると考えられる。

さらに、物質情報密度テンソルを用いた物質科学の研究は、情報科学や情報技術との融合を促進し、新しい学際的な研究分野を生み出すと期待されている。例えば、物質情報密度テンソルを用いたマテリアルズ・インフォマティクスの研究は、物質科学と情報科学の融合によって、材料開発の効率化や高速化を実現する可能性がある。

以上のように、情報密度テンソルによる物質科学の新たな展開は、物質の性質や機能を情報の観点から理解し、新しい物質科学の可能性を切り開く上で重要な役割を果たすと考えられる。今後、物質情報密度テンソルを用いた物質科学の研究が進展することで、革新的な材料技術や新しい学際的な研究分野が生み出されることが期待される。

## 5.5 情報制御理論が開く物理学の新たな地平と未来像

情報制御理論は、情報の操作によって物理法則を制御し、新しい物理現象を創出するための理論的枠組みである。この理論は、物理学に革新的な変化をもたらし、新しい研究分野や応用可能性を切り開くと期待されている。

情報制御理論が開く物理学の新たな地平の一つは、物理法則の起源の解明である。情報制御理論は、物理法則が情報の海の性質から生み出されるというアイデアに基づいている。この考え方は、物理法則の起源に関する新しい仮説を提供し、物理学の根本的な問いに対する新しいアプローチを可能にする。

例えば、情報制御理論を用いることで、時空の構造や物

理定数の値が情報の海の性質によって決定される機構を探究することができる。これにより、時空の量子論的な性質や物理定数の微調整問題などの難問に対する新しい知見が得られると期待されている。

また、情報制御理論は、新しい物理現象の予測や実験的検証を可能にする。情報制御理論によって予測された新しい物理現象は、従来の物理法則では説明できない現象を含んでおり、実験的に検証することで物理学の新しい発見につながる可能性がある。

例えば、情報制御理論は、物質の新しい相転移現象や、時空のトポロジカルな性質に起因する新しい物理効果などを予測している。これらの予測を実験的に検証することで、物理学の新しい法則や原理が発見される可能性がある。

情報制御理論が開く物理学の未来像として、以下のような応用可能性が考えられる。

1. **新しい物質の設計と創製**：情報制御理論を用いることで、望みの物性を持つ新しい物質を設計し、創製することができる。情報の操作によって物質の電子状態や格子構造を制御することで、従来の材料科学では実現できなかった新しい物質が生み出される可能性がある。
2. **革新的なエネルギー技術の開発**：情報制御理論を用いることで、エネルギーの生成や変換、貯蔵のための新しい技術が開発される可能性がある。例えば、情報の操作によって高効率な太陽電池や燃料電池、蓄電池などが実現されるかもしれない。
3. **新しい情報処理技術の実現**：情報制御理論は、情報処理の新しい原理や方法を提供する可能性がある。例えば、情報の海の性質を利用した新しい量子コンピュータや量子暗号技術、情報の流れを制御する新しい論理回路などが実現されるかもしれない。
4. **生命現象の理解と制御**：情報制御理論は、生命現象における情報の役割を明らかにし、生命現象の制御につながる可能性がある。例えば、情報の操作によって遺伝子発現や細胞機能を制御することで、新しい医療技術や生命工学技術が開発されるかもしれない。
5. **宇宙の理解と探査**：情報制御理論は、宇宙の構造や進化における情報の役割を明らかにし、新しい宇宙論の構築につながる可能性がある。また、情報制御理論に基づく新しい観測技術や探査技術が開発されることで、宇宙の新しい姿が明らかになるかもしれない。

以上のように、情報制御理論が開く物理学の新たな地平と未来像は、物理学の根本的な問題に対する新しいアプローチを提供し、革新的な技術や応用の可能性を秘めている。情報制御理論は、情報と物理の融合を促進し、物理学の新しいパラダイムを切り開くと期待されている。

ただし、情報制御理論はまだ発展途上の理論であり、多くの課題が残されている。特に、情報制御理論の実験的検証や技術的实现には、多くの困難が伴うと考えられる。また、情報制御理論の応用には、倫理的な問題や社会的な影響についても十分な検討が必要である。

今後、情報制御理論の研究が進展し、物理学の新しい地平が切り開かれることを期待したい。情報制御理論は、物理学の未来を大きく変える可能性を秘めており、その発展は科学技術の新しい時代を切り開くと考えられる。物理学者や情報科学者、工学者などの協力によって、情報制御理論の可能性が最大限に引き出され、人類の未来に貢献することを願ってやまない。

## 6. 本記事の投稿に寄せて

小説「ウィザーズ・ブレイン」に強く影響され、私が物理学を志したのは、もう 20 年も前、私が小学生の頃のことである。

私はその後も、幸か不幸か、物理学を続け、現在もメーカー研究者として、物理学で仕事をしている。本稿を読むと、物理屋がこんな雑な記事を書いてよいのかという疑問が生まれるかもしれないが、それは一旦置いておくとして、私はあの世界に憧れ研究者を志し、そしてついにはその夢を叶えたのだ。

20 年の歳月は暴力的なまでの力がある。「ウィザーズ・ブレイン」は物理学の裏付けにおいて、おおむね「それらしい」記述をすることで、さもそれが実現可能になるかのような夢を我々に見せてくれた。しかし、物理学を学べば学ぶほど、我々の目の前に示される科学技術の成果は、ことごとくそれを否定していく。

例えば、当時小学生であった私にとってそれは知る由もなかったが、マクスウェルの悪魔のパラドックスは 1961 年の Landauer、もしくは 1982 年の Bennett、そして 2008 年~2013 年頃の沙川らの議論により否定されている。情報制御理論は机上の空論ですらない、ファンタジーなのだ。

そして、当時の私はおろか、当時の作者でさえ知る由もないし、知りたくもなかったろう。2024 年現在、人口増加は緩やかになり、核融合炉は一向に安定せず、量子コンピュータも NISQ 止まりで、宇宙開発もまだ夢のままである。できるとすれば、癖の強い人工知能くらいなものだろうか？だが、この記事を書いた人工知能は確かに優秀ではあったが、彼ほどの能力はなかったと思う。

一方で、科学技術の進歩が遅いかといえば、そんなことはない。かつて随分と不真面目な学徒であった私が、真面目な作者に劣らない知識を身に着け、かつて論文を読まなければ（もしくはたとえ読んでいたとしても）まともに理解できなかった量子コンピュータや情報熱力学は随分と

進化し、体系だってまとまったことで、今であれば私は作者の誤りを指摘し、正しい描像に書き換えることさえ可能であろう。

私は腐っても研究者であり、物理屋であり、本作に影響された一人である。物理学に「悪魔」がないことを、我々はよく知っている。本作がファンタジーであることを示す事実も、散々学んできた。しかし、我々は悪魔でなければ作り出せるはずなのである。

2186 年の未来には、残念ながら、指パッチンで敵と戦う赤髪はいないだろうし、その未来を私が思い描くことはできない。しかし、それ以外の未来で私に思い描けることはある。私のような末席の研究者は、世の中に名を残すことはできないし、情報制御理論を打ち立てた 3 人の学者のようになることはできないが、将来誰かが作るであろう大きな成果の下にある屍の 1 つにはなれるのだ。

物理学には希望はあるのだろうか？小学生の私は肯定的な回答をし、大学院生の私は否定的な回答をしたらどう。しかし、私は今、これにどちらの回答もできる。

*"子どものように、無邪気に奇跡を信じるのではなく  
大人のように、ただ現実を受け入れるのではなく  
この世に死があるを知り悲しみがあるを知り*

*絶望があるを知り*

*それでも、明日を夢見るのを諦めないこと"[1]*

ここに私を連れてきた作品こそが「ウィザーズ・ブレイン」であったのだ。そして私はまだ明日を夢を見ることを諦めていない。

最後に、私の人生を変えた作品を作った作者、三枝零一氏と挿絵の純瑠一氏に心から感謝を述べるとともに、完結までここまで長引いたことを「將軍」に恨み節でも垂れながら、筆を置きたい。

## 参考文献

- [1] 三枝零一, ウィザーズ・ブレイン, 電撃文庫 (2001)

## 改訂履歴

2024 年 4 月 7 日: 初版投稿

2024 年 4 月 8 日: 誤植修正、要旨を修正、

ゆらぎの定理に関する議論を補足